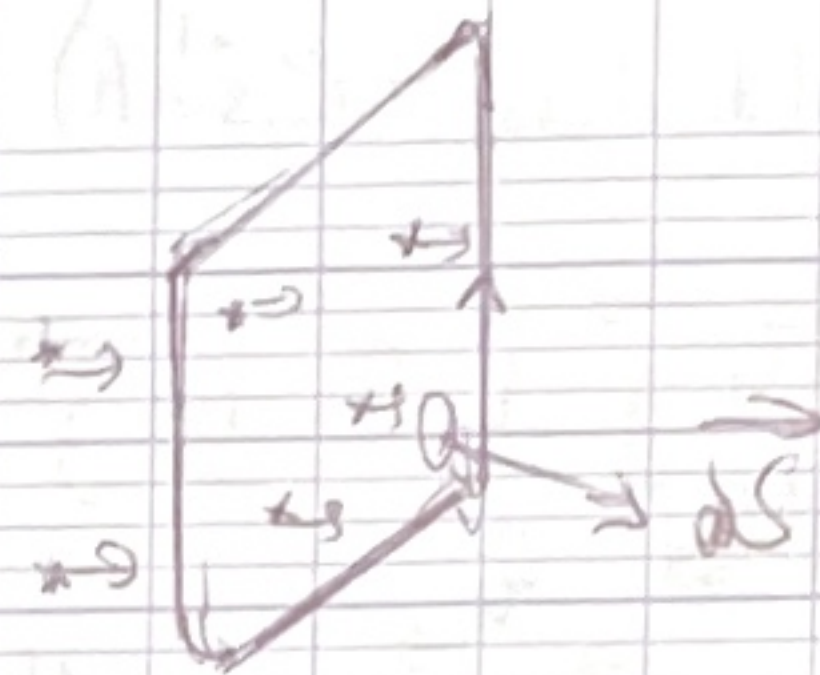


ELECTROTAT 2] Courants et Champ Magnétique.



I / Description des courants électriques.

1) Définitions

Courant électrique: Déplacement de charges électriques.

Intensité du courant à travers une surface S orientée: $I = \frac{\text{débit de charges électriques qui traversent } S}{\text{dans le sens de } S}$

2) Porteurs de charges.

Dans la matière « courante », les particules chargées pouvant se déplacer sont des électrons libres (i.e. non liés à un atome) et des ions mobiles. On les appelle des « porteurs de charges » que l'on separe en différents types. On modélise le courant en considérant que les porteurs d'un même type situés au même endroit vont à la même vitesse (permet de négliger les fluctuations d'origines quantiques / thermiques). Un type donné de porteurs est caractérisé par 3 grandeurs

* la charge q que possède chaque porteur (exple: $q = +2e$ pour Cu^{2+})

* la vitesse $\vec{v}$ des porteurs

* la densité particulière $n \stackrel{\text{def}}{=} (\text{nombre de porteurs du même type par m}^3 \text{ de volume})$

3) Courant généré par les porteurs

On se fixe une surface infinitésimale dS orientée par $\vec{dS}$

On ne considère qu'un seul type de porteur.

Trajectoire des porteurs de charges dont certaines traversent dS .



Vue 3D

Durant une durée dt , les porteurs se déplacent de $\vec{v}dt$

→ Les porteurs qui traversent dS sont ceux compris dans d^2V

avec $d^2V = v dt dS \cos \theta$

Par définition: $dI = \frac{d^2Q}{dt}$ avec d^2Q : charge qui traverse tout dS .

Ici: $d^2Q = qn dV$

d'où $dI = qn v dS \cos \theta = \vec{j} \cdot \vec{dS}$ (*)

avec $\vec{j} = nq\vec{v}$ le vecteur densité de courant

Si il existe plusieurs types de porteurs de charges, on somme les contributions de chaque type:

$$\vec{j} = \sum_{\text{type } i} n_i q_i \vec{v}_i$$

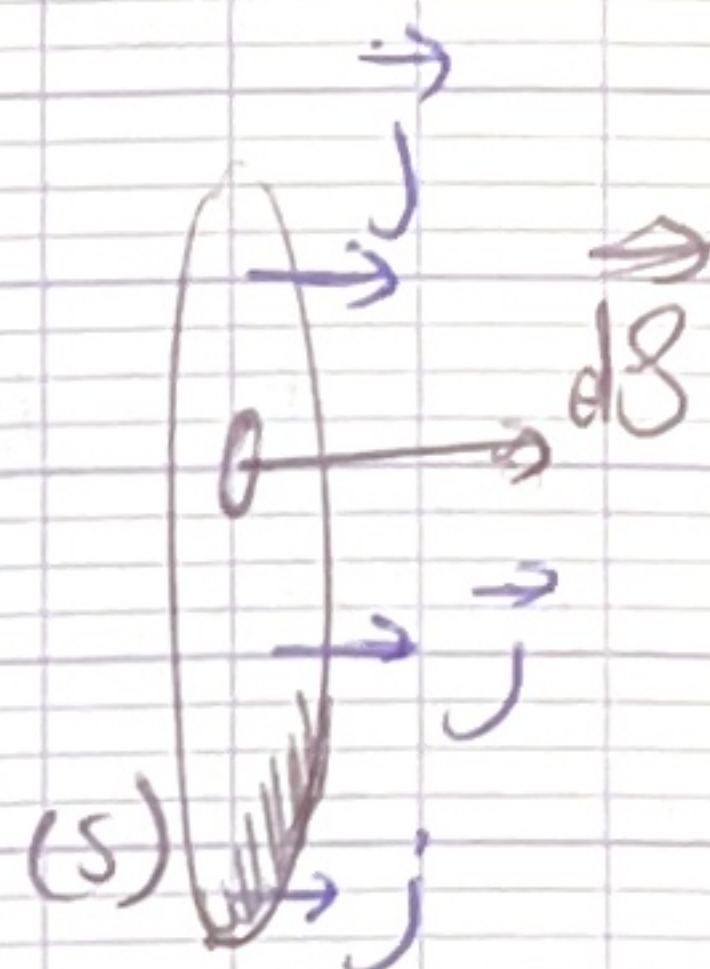
De norme égale au courant surfacique.

De direction/sens celle/celui du courant électrique.

$$I = \oint \vec{j} \cdot \vec{dS}$$

Rq: $I = \oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S}$ analogue de $\Phi_{th} = \oint_{(S)} \vec{J} \cdot d\vec{S}$ en thermos
 ↑
 débit de charge ($e \cdot \vec{s} = A$)
 ↑
 débit d'énergie ($J \cdot \vec{s} = W$)

Rq: Si $\vec{j} \perp S$ et $\vec{j}$ orienté selon $+d\vec{S}$ et $\vec{j}$ uniforme sur S .
 Alors $I = \oint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_{(S)} j dS = +jS$



II / Lois de la Magnéto Statique.

1) Contexte.

Sources de champ magnétique:

⇒ Courant électrique à l'échelle macroscopique (ex: Bobine parcourue par un courant)

⇒ La matière elle-même si celle-ci est "aimantée": Les électrons dans les atomes se comportent comme des spires microscopiques.



Modèle
classique (non quantique)

Dans tous les cas on se limite ici au cas de la magnéto statique.

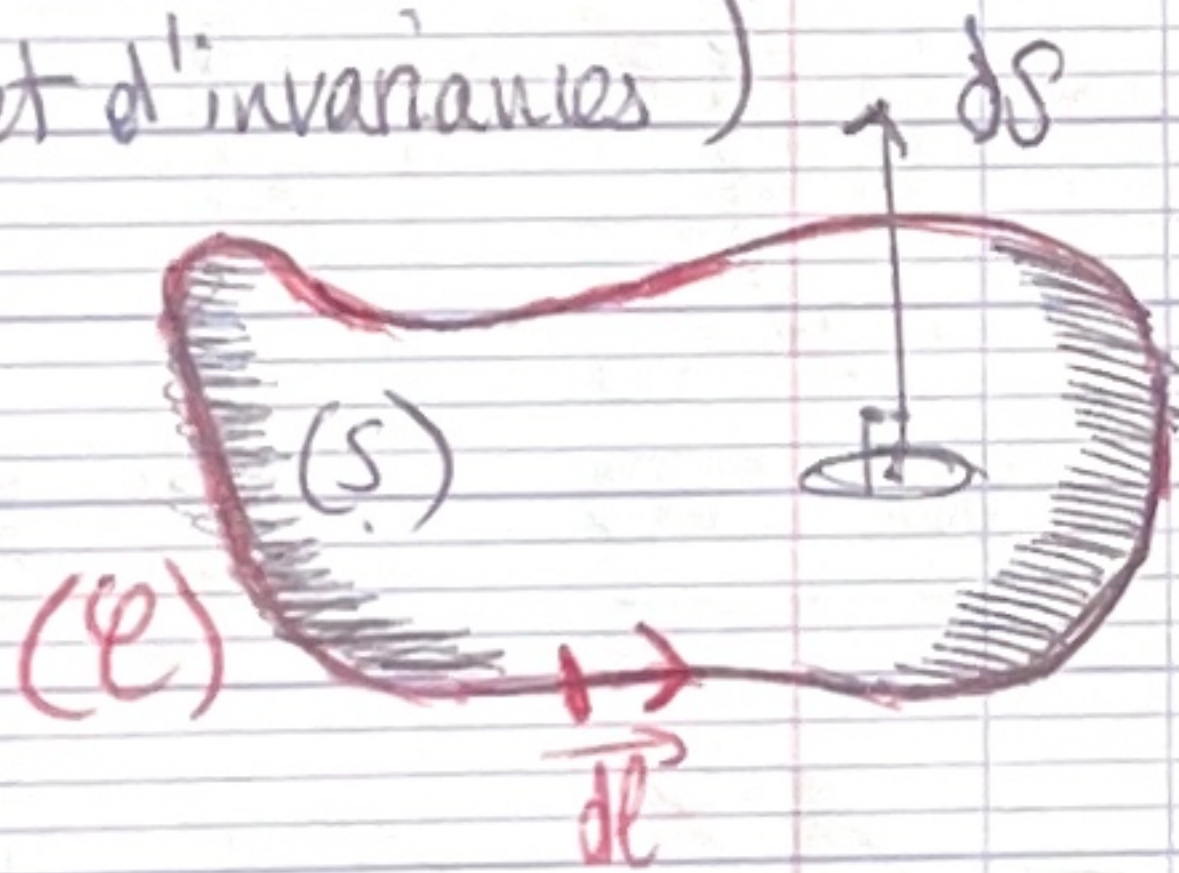
i.e. on considère des courants stationnaires ($\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$)

2) Théorème d'Ampère. (Analogie qualitative du Thm de Gauss)

Il existe deux moyens de calculer $\vec{B}$ créé par une distribution de courant électrique

① Loi de ~~Biot-Savart~~ (devenu hors programme, compliqué) Biot & Savart

② Thm d'Ampère (Δ permet de conclure que si la distribution de courant possède assez de symétries et d'invariances)



S: surface fermée orientée

C: contour fermée orientée

↑ règle de la main droite.

Alors:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{entrae}}$$

I_{entrae} : courant total algébrique traversant S.

μ : perméabilité magnétique du vide: $\mu \approx 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

Rq La distribution de courant peut être soit linéique (fil $\vec{j} \leftarrow \vec{I}$), surfacique (nappe de courant $\vec{j} \leftarrow \vec{I}$) ou volumique (elle est alors décrite par $\vec{j} \leftarrow \vec{I}$)

→ cf Maxwell-Gauss

→ en A.m (2) ΔΔ

Comme pour le Thm de Gauss, il existe une version locale.

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Rq Le lien entre les deux se fait par le Thm de Stokes (*)

(*) Si on calcule le flux de chaque terme à travers S :

$$\int (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} = \mu \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I_{\text{encalée}}$$

Si distrib. surfacique: $\vec{j} = \vec{0} \Rightarrow \vec{B}$ discontinue à la traversée

Si distrib. volumique: $\vec{j} = \vec{\infty} \Rightarrow \vec{B} = \vec{0}$ à l'approche du fil

3) Théorème de Superposition: Le théorème d'Ampère montre que $\vec{B}$ est une fonction linéaire

ii) Propriétés Topographiques du Champ Magnétique.

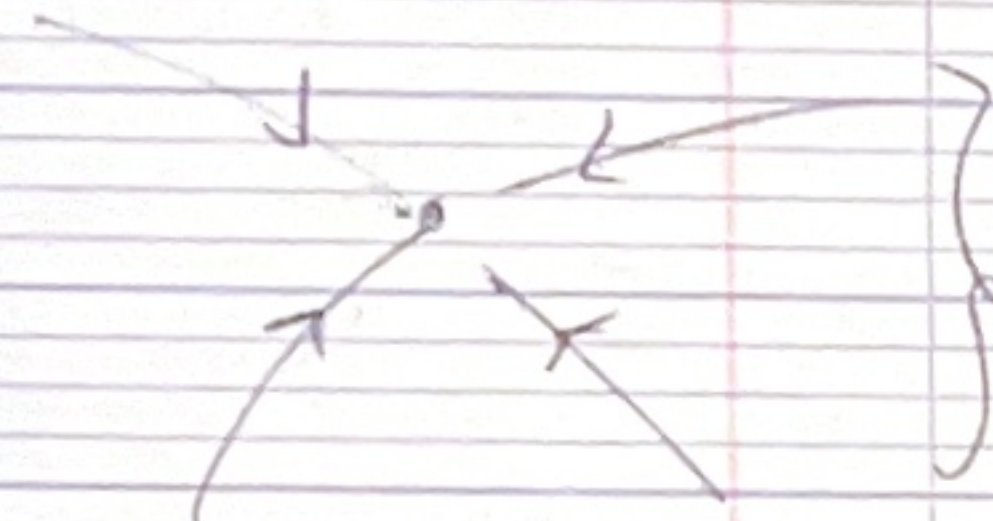
Propriété vraie partout et tout le temps: Le champ magnétique est à flux conservatif

i.e. $\text{div } \vec{B} = 0$ i.e. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

Conséquences pratiques:

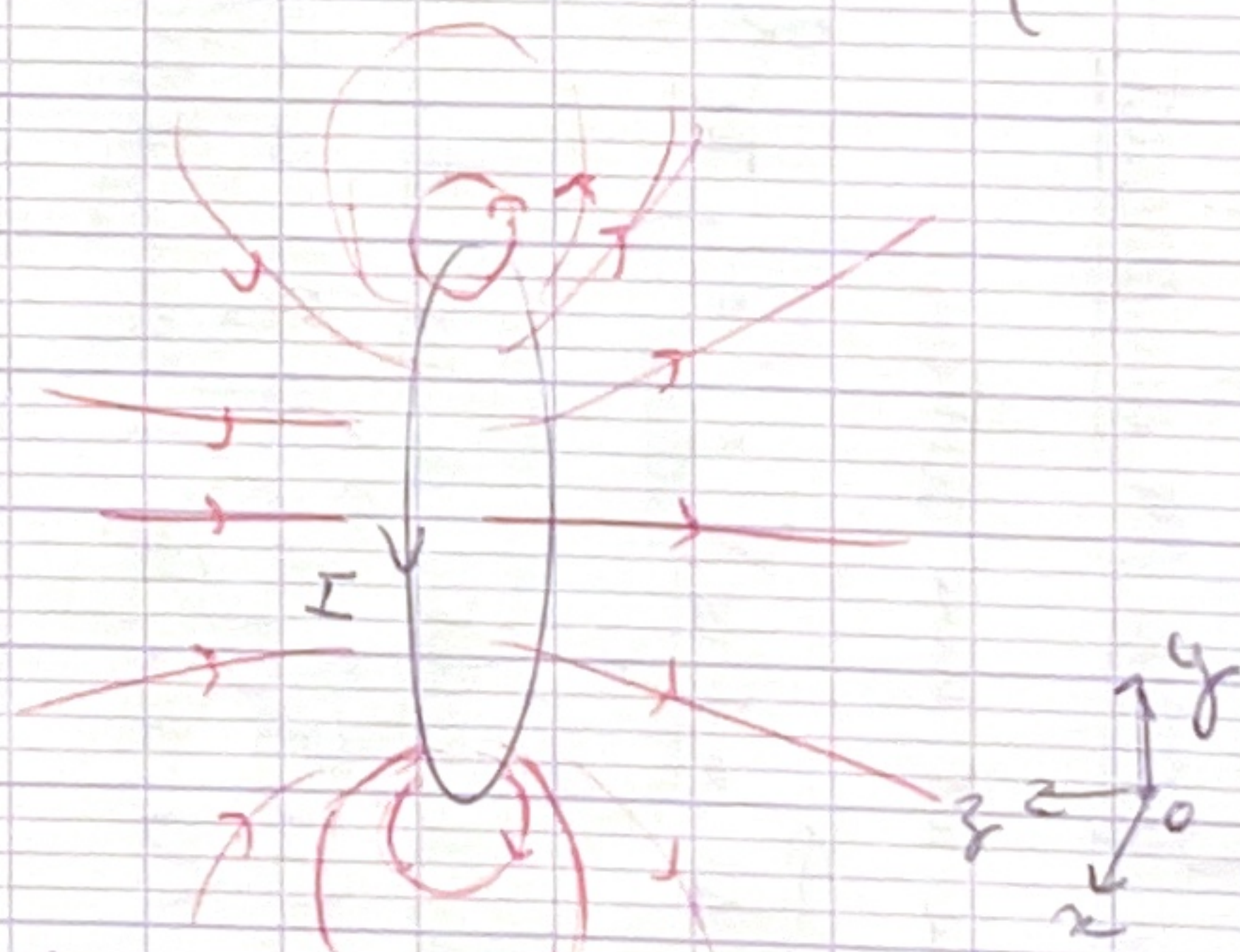
* Si un tube de champ magnétique se rétrécit, cela signifie que $\vec{B}$ devient plus intense.

* Les lignes de champ magnétique ne peuvent pas converger / diverger d'un point.



impossible pour $\vec{B}$: il n'existe pas de charges magnétiques.

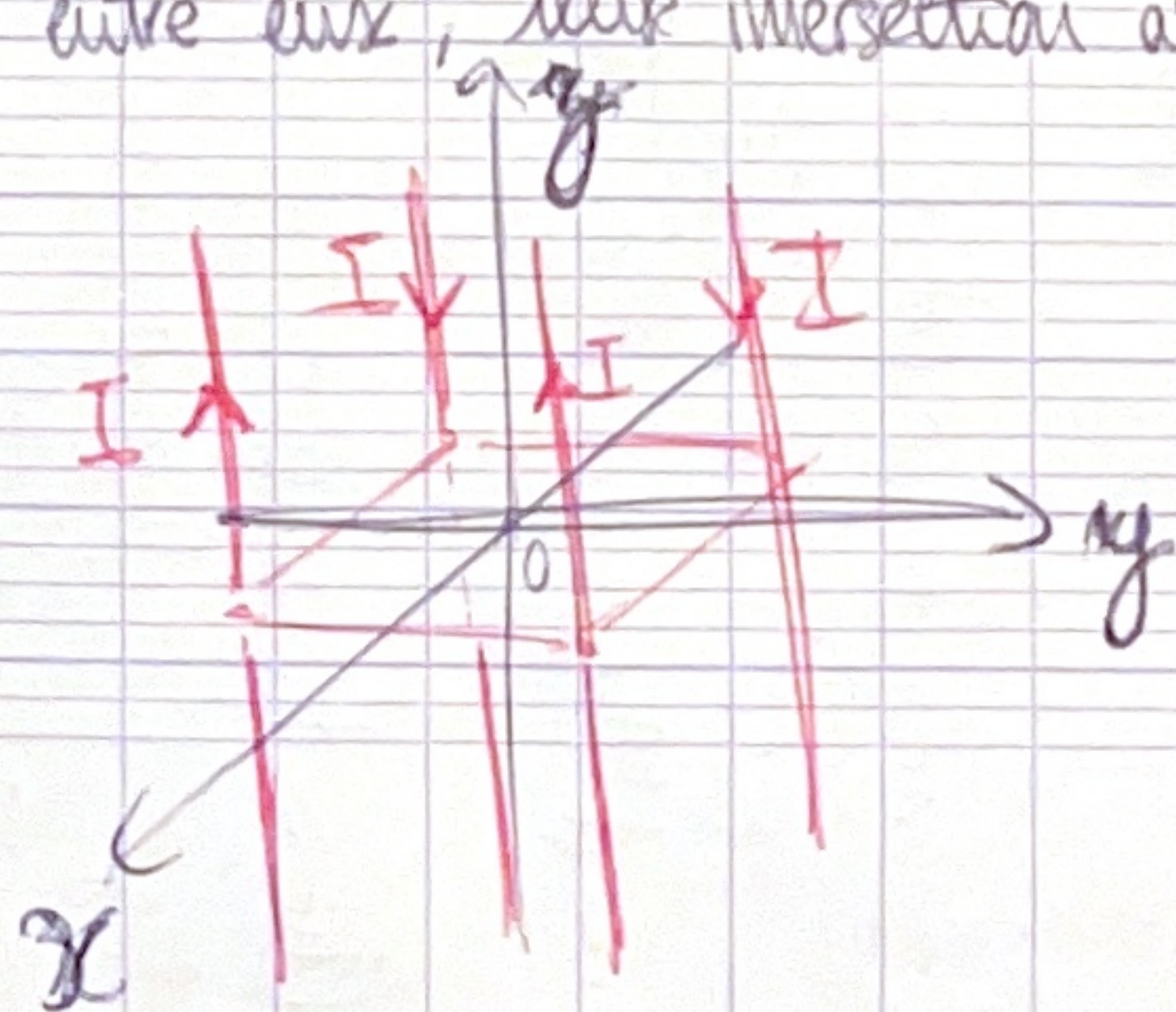
Bon à savoir: les lignes de champ de $\vec{B}$ ont tendance à entourer les courants (sans vérifier la règle de la main droite).



Principe de base à exploiter en se rappelant que $\vec{B}$ est un vecteur axial (c.f. fiche).

Un plan de symétrie pour les courants est un plan d'antisymétrie pour $\vec{B}$ (et inversement)

Exemple: 4 fils parallèles entre eux, leur intersection avec (Oxy) forment un carré.



(Oxz) : plan de symétrie / I
 $\Rightarrow$ antisym / $\vec{B}$

(Oyz) : plan d'antisym / I
 $\Rightarrow$ sym / $\vec{B}$

III. Exemples de calcul de Champ Magnétique

1) Champ $\vec{B}$ créé par un câble parcouru par un courant.

I supposé uniforme sur une section

$I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = +j \times S_{\text{section}} = j \cdot \pi R^2$
 $\Rightarrow j = \frac{I}{\pi R^2} \vec{u}_z$ (uniforme)

Plans de symétrie de courant :

- $(\pi, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$: plan de symétrie
- $(\pi, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$: plan d'antisymétrie

plan d'antisymétrie pour $\vec{B} \Rightarrow \vec{B}$ selon $\vec{u}_\theta$
 $(\vec{B} \perp (\pi, \vec{u}_r, \vec{u}_z))$

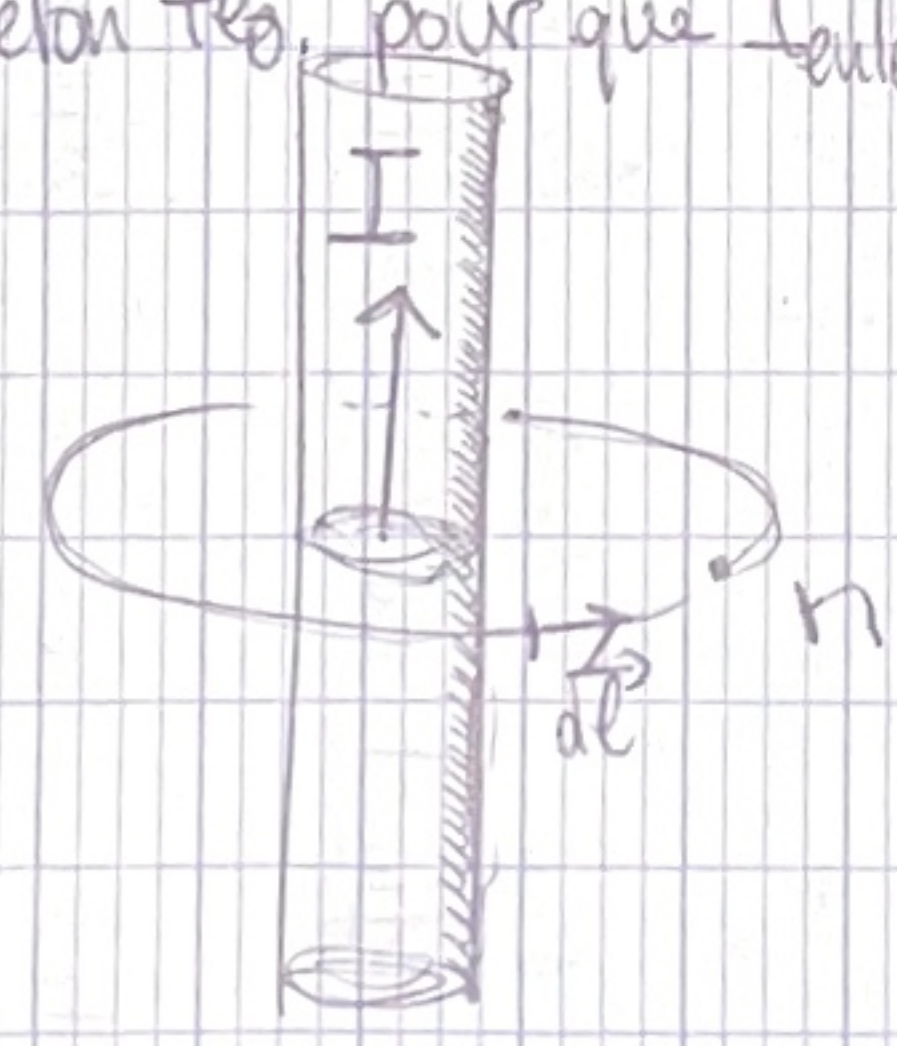
$\vec{B}$ invariant par rotation autour de (Oz) et par translation selon (Oz)
 donc $\vec{B}(\pi) = B(r) \vec{e}_\theta$

Théorème d'Ampère : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enclosé}}$

Choix du contour : ici un cercle passant par π (l'idée est de suivre une ligne de champ magnétique) orienté selon $\vec{u}_\theta$ pour que $I_{\text{enclosé}}$ ait le signe de I .

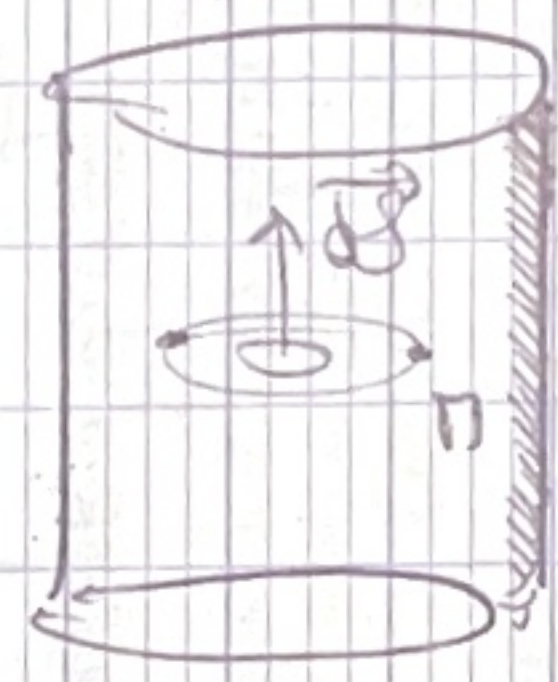
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B(r) \vec{e}_\theta \cdot d\vec{l} \vec{e}_\theta = B(r) \oint dl$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B(r)$$

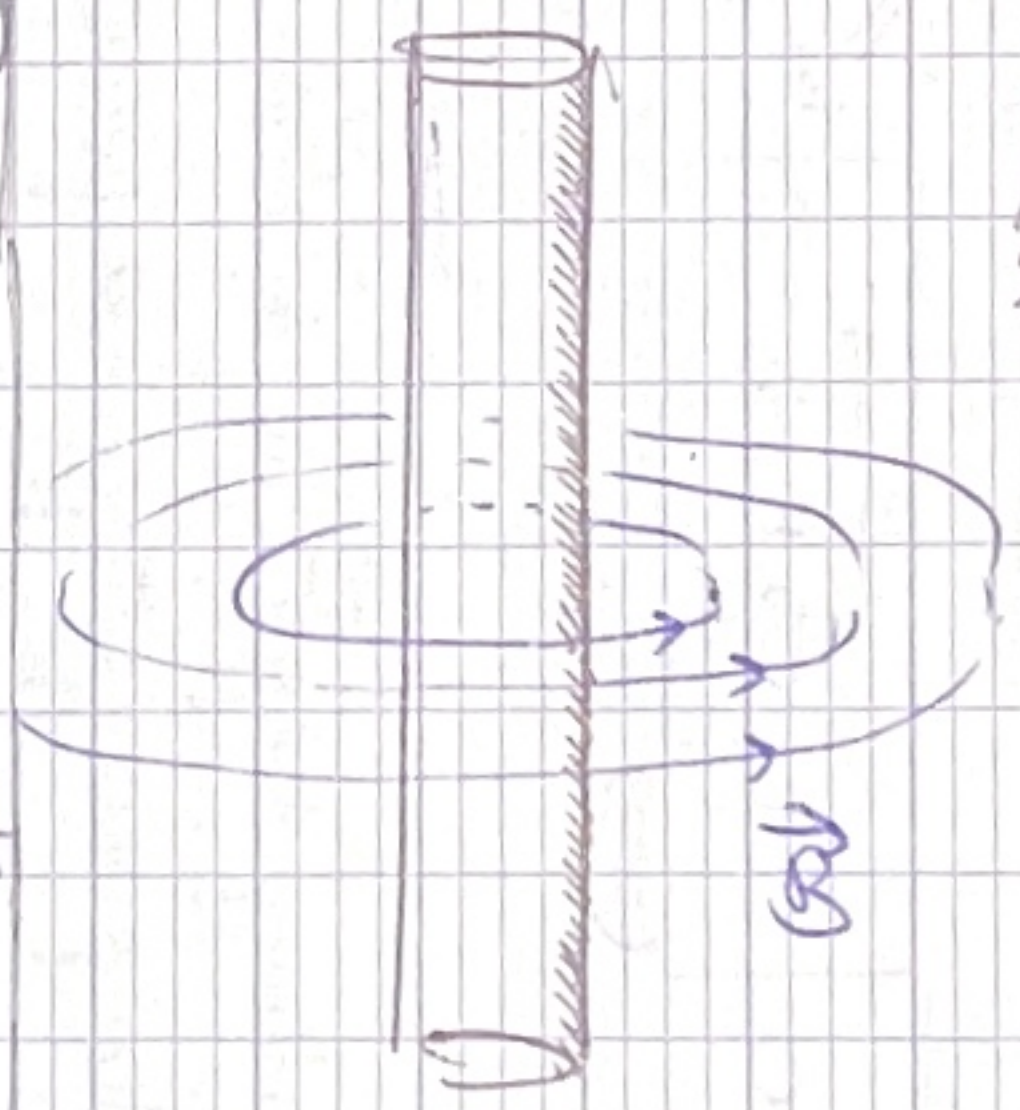


Si π est à l'extérieur du câble : $I_{\text{enclosé}} = +I$ (cf. règle de la main droite)
 Alors $B(r) 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow \vec{B}(\pi) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$

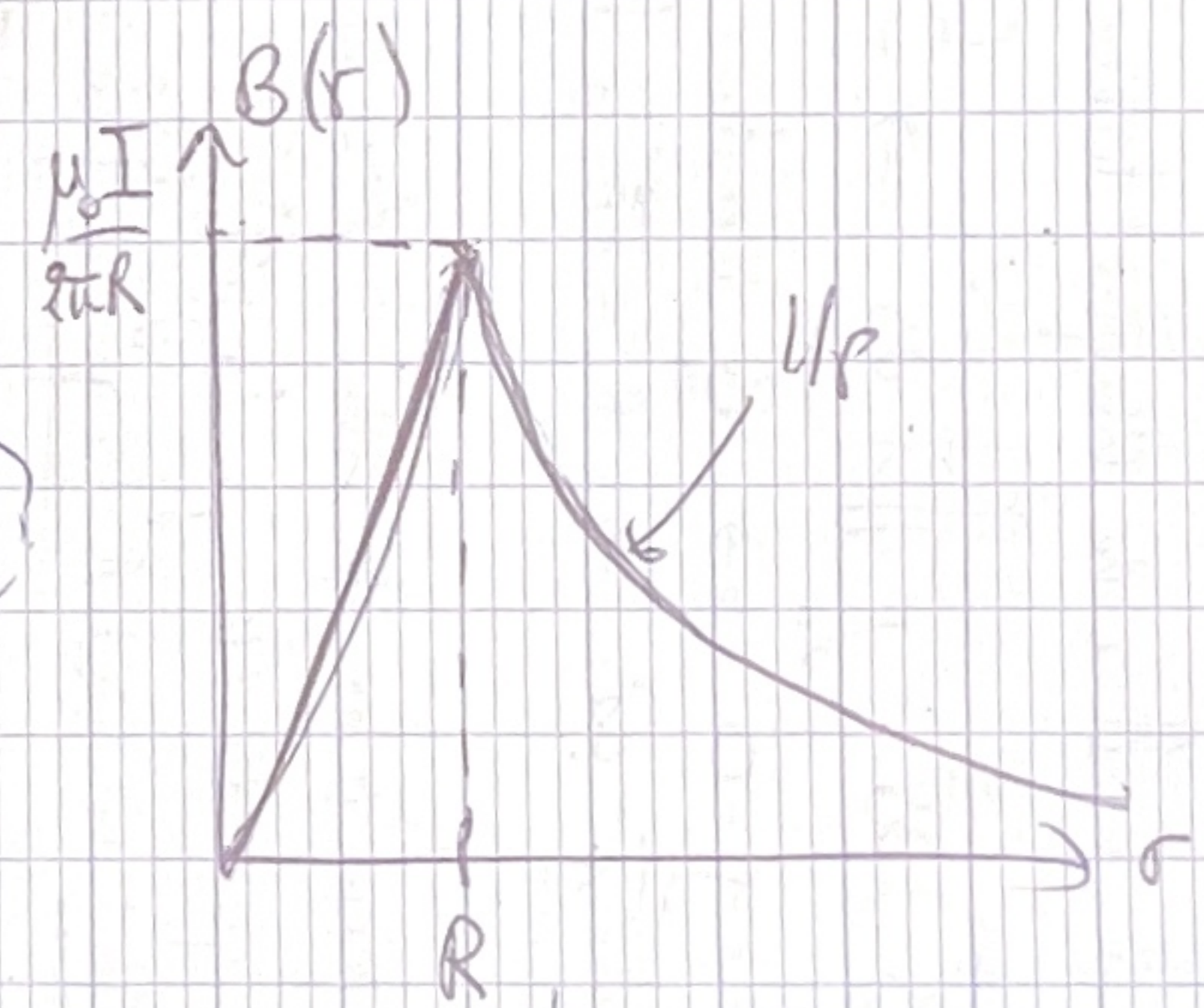
Si π est à l'intérieur du câble : $I_{\text{enclosé}} = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = j \pi r^2$
 $= \frac{I}{\pi R^2} \times \pi r^2 = I \left(\frac{r}{R}\right)^2$



d'où : $\vec{B}(\pi) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \vec{e}_\theta$



Lignes de champ :



Allure de l'évolution